

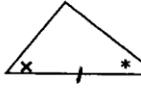
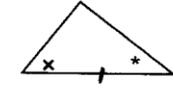
معلومات أساسية في الهندسة المستوية يجب فهمها وحفظها جيداً

تطابق المثلثات

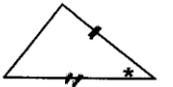
تعريف : يتطابق مثلثان إذا تساوت عناصر أحدهما مع العناصر المقابلة لها من المثلث الآخر .

حالات تطابق المثلثات

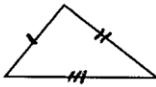
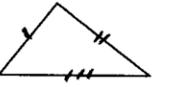
(1) يتطابق مثلثان إذا تساوى طول ضلع وقياسا الزاويتين المجاورتين لهذه الضلع من أحدهما مع مقابلاتها في المثلث الآخر وتسمى حالة ( زاوية ، ضلع ، زاوية ) .



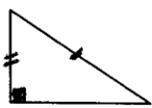
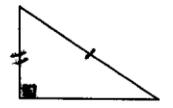
(2) يتطابق مثلثان إذا تساوى من أحدهما طولاً ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بين هاتين الضلعين مع مقابلاتها في المثلث الآخر وتسمى حالة ( ضلع ، زاوية ، ضلع )



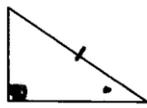
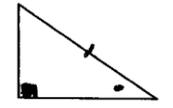
(3) يتطابق مثلثان إذا تساوت أطوال أضلاع أحدهما مع أطوال أضلاع المثلث الآخر وتسمى حالة ( ضلع ، ضلع ، ضلع )



حالات تطابق المثلثات القائمة :

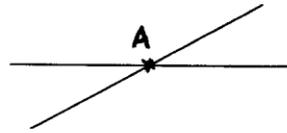


(1) يتطابق مثلثان كل منهما قائم الزاوية إذا تطابق وتر وضلع قائمة من أحدهما مع وتر وضلع قائمة من المثلث الآخر

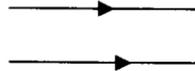


(2) يتطابق مثلثان كل منهما قائم الزاوية إذا تطابق وتر زاوية حادة من أحدهما مع وتر وزاوية حادة من المثلث الآخر

وضع مستقيمين في مستو :



(1) المستقيمان المتقاطعان : وهما مستقيمان يشتركا بنقطة واحدة .

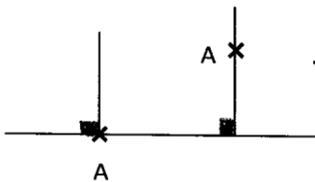


(2) المستقيمان المتوازيان : وهما مستقيمان ولا يشتركا بأية نقطة .

(3) المستقيمان المنطبقان : وهما مستقيمان تكون جميع نقاطهما مشتركة ( في هذه الحالة نقول أن المستقيمين متوازيان )

المستقيمات المتعامدة

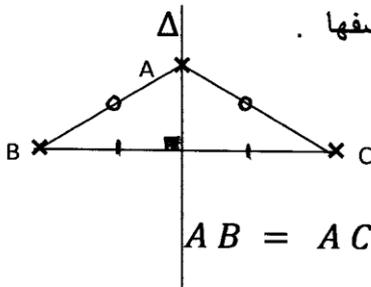
المستقيمان المتعامدان : إذا كانت إحدى الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيمين قائمة نقول : إن هذين المستقيمين متعامدين .



نتائج : ( ١ ) من نقطة معلومة خارج مستقيم يمكن رسم عمود وحيد على هذا المستقيم .

( ٢ ) من نقطة معلومة على مستقيم يمكن رسم عمود وحيد على هذا المستقيم .

محور قطعة مستقيمة : هو المستقيم العمودي على القطعة المستقيمة في منتصفها .



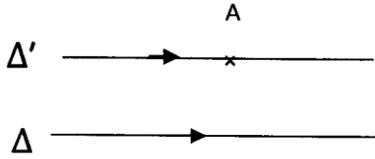
خواص محور قطعة مستقيمة :

1 - ( كل نقطة من محور قطعة مستقيمة متساوية البعد عن طرفيها ) .

$$A \in \Delta \text{ , } [BC] \text{ محور القطعة المستقيمة } \iff AB = AC$$

2 - ( كل نقطة متساوية البعد عن طرفي قطعة مستقيمة تكون واقعة على محورها )

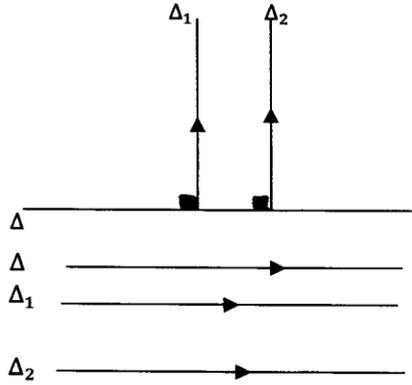
$$A \in \Delta \iff AB = AC \text{ إذا كان}$$



موضوعة إقليدس :

من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم وحيد يوازي مستقيماً معلوماً

حقائق هندسية :



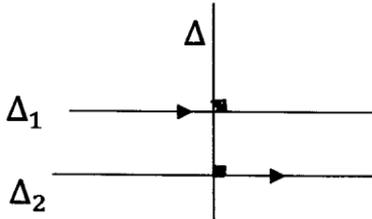
( ١ ) العمودان على مستقيم واحد متوازيان .

$$\Delta_1 // \Delta_2 \iff \begin{cases} \Delta \perp \Delta_1 \\ \Delta \perp \Delta_2 \end{cases}$$

( ٢ ) المستقيمان الموازيان لمستقيم ثالث متوازيان

$$\Delta_1 // \Delta_2 \iff \Delta_2 // \Delta , \Delta_1 // \Delta$$

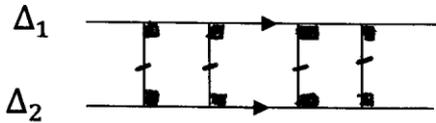
( ٣ ) المستقيم القاطع لأحد مستقيمين متوازيين يقطع الآخر .



( ٤ ) العمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر .

( ٤ ) العمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر .

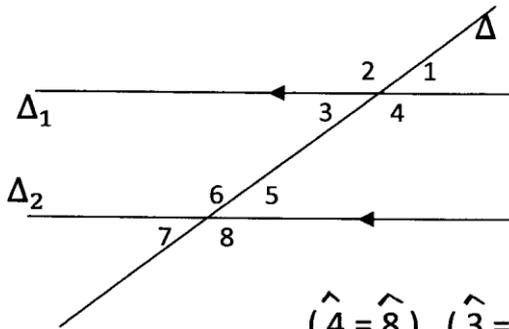
$$\Delta \perp \Delta_2 \text{ فإن } \Delta \perp \Delta_1 , \Delta_2 \parallel \Delta_1$$



( ٥ ) البعد بين مستقيمين متوازيين ثابت .

إذا كان  $\Delta_1 // \Delta_2$  ورسمنا من أحدهما أعمدة على الآخر فإن أطوال هذه الأعمدة متساوية

خواص الزوايا الناتجة من قطع مستقيم لمستقيمين متوازيين :



في الشكل :  $\Delta_1 // \Delta_2$  ,  $\Delta$  قاطع لهما . ينتج :

- ( ١ ) كل زاويتين متبادلتين داخلاً متساويتان .  $(\hat{4} = \hat{6}) , (\hat{3} = \hat{5})$
- ( ٢ ) كل زاويتين متبادلتين خارجاً متساويتان .  $(\hat{2} = \hat{8}) , (\hat{1} = \hat{7})$
- ( ٣ ) كل زاويتين متناظرتين متساويتان .  $(\hat{4} = \hat{8}) , (\hat{3} = \hat{7}) , (\hat{2} = \hat{6}) , (\hat{1} = \hat{5})$
- ( ٤ ) كل زاويتين داخليتين متكاملتان .  $(\hat{4} \text{ تكمل } \hat{5}) , (\hat{3} \text{ تكمل } \hat{6})$
- ( ٥ ) كل زاويتين خارجيتين متكاملتان .  $(\hat{2} \text{ تكمل } \hat{7}) , (\hat{1} \text{ تكمل } \hat{8})$

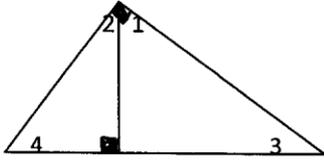
وبالعكس : إذا تقاطع مستقيم مع مستقيمين ونتج من تقاطعهما :

- ( ١ ) زاويتان متبادلتان داخلاً متساويتان كان المستقيمان متوازيين .
- ( ٢ ) زاويتان متبادلتان خارجاً متساويتان كان المستقيمان متوازيين .
- ( ٣ ) زاويتان متناظرتان متساويتان كان المستقيمان متوازيين .
- ( ٤ ) زاويتان داخليتان متكاملتان كان المستقيمان متوازيين .
- ( ٥ ) زاويتان خارجيتان متكاملتان كان المستقيمان متوازيين .

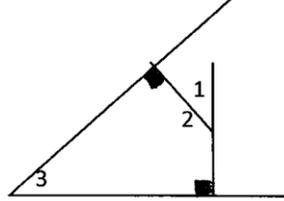
معلومات أساسية في الهندسة المستوية يجب فهمها وحفظها جيداً

الزاويتان ذواتا الأضلاع المتوالية أو المتعامدة مثنى ومن واحد متساويتان .

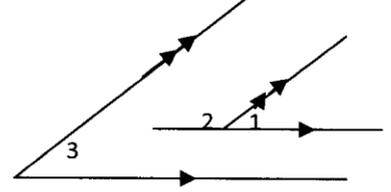
الزاويتان ذواتا الأضلاع المتوالية أو المتعامدة مثنى ومن نوعين مختلفين متكاملتان .



( 1 = 2 ) , ( 3 = 4 ) بالتعامد



زاويتان ذات أضلاع متعامدة  
( 1 = 3 ) , ( 2 = 3 ) تكمل 3



زاويتان ذات أضلاع متوازية  
( 1 = 3 ) , ( 2 = 3 ) تكمل 3

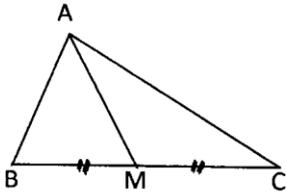
### الخطوط الأساسية في المثلث :

( ١ ) الارتفاع في المثلث : هو طول العمود المرسوم من أحد رؤوس المثلث على الضلع المقابل لهذا الرأس .  
( الارتفاعات الثلاث في المثلث تلتقي في نقطة واحدة )

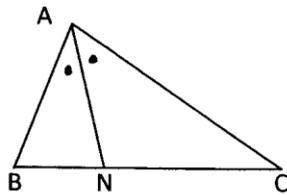
( ٢ ) المحور في المثلث : هو العمود على أحد أضلاع المثلث من منتصفه .  
( المحاور الثلاث في المثلث تلتقي في نقطة واحدة )

( ٣ ) المنصف في المثلث : هو المستقيم الذي يقسم زاوية أحد رؤوس المثلث إلى زاويتين متساويتين .  
( المنصفات الثلاث في المثلث تلتقي في نقطة واحدة )

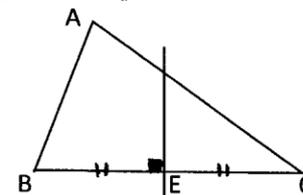
( ٤ ) المتوسط في المثلث : هو المستقيم الذي يمر من إحدى رؤوس المثلث ومنتصف الضلع المقابل له .  
( المتوسطات الثلاث في المثلث تلتقي في نقطة واحدة )



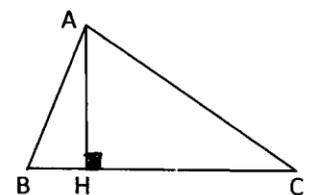
المتوسط



المنصف



المحور



الارتفاع

المثلث المتساوي الساقين : إذا تساوى طولاً ضلعين في مثلث كان المثلث متساوي الساقين .

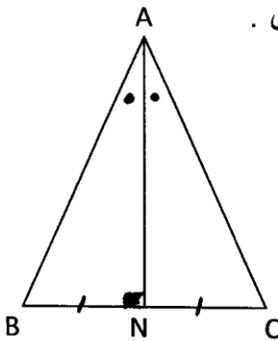
$$AB = AC$$

خواصه : ( ١ ) في المثلث المتساوي الساقين زاويتا القاعدة متساويتان .

$$\hat{B} = \hat{C} \iff AB = AC$$

( ٢ ) إذا تساوت زاويتان في مثلث كان متساوي الساقين

$$AB = AC \iff \hat{B} = \hat{C}$$

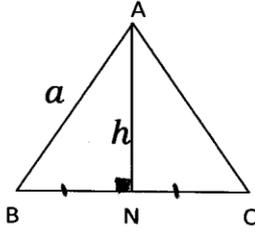


( ٣ ) العمود المرسوم من رأس المثلث على قاعدته هو : ارتفاع و متوسط و منصف و محور للقاعدة في آن واحد .

( ٤ ) إذا كان الارتفاع في مثلث متوسط أو منصف في آن واحد فالمثلث متساوي الساقين .

معلومات أساسية في الهندسة المستوية يجب فهمها وحفظها جيداً

**المثلث المتساوي الأضلاع** : إذا تساوت أطوال الأضلاع الثلاث في مثلث كان المثلث متساوي الأضلاع .



خواصه : ( ١ ) في المثلث المتساوي الأضلاع الزوايا الداخلية متساوية وكل منها  $60^\circ$

( ٢ ) في المثلث المتساوي الأضلاع الارتفاعات

هي متوسطات ومنصفات للزوايا ومحاور للأضلاع

( ٣ ) إذا كان المثلث متساوي الساقين وإحدى زواياه  $60^\circ$

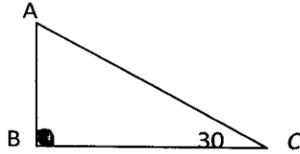
كان هذا المثلث متساوي الأضلاع

( ٤ ) في المثلث المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه  $a$  يكون :

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad \text{ومساحته} \quad h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \text{طول ارتفاعه}$$

**المثلث القائم** : هو كل مثلث يكون قياس إحدى زواياه قائمة .

خواص تتحقق في المثلث القائم :



( ١ ) في المثلث القائم : طول الضلع القائمة المقابلة لزاوية قياسها  $30^\circ$

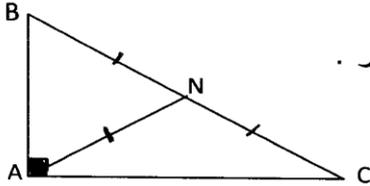
يساوي نصف طول الوتر .

في الشكل : إذا كان  $\widehat{C} = 30^\circ$  فإن  $AB = \frac{1}{2} AC$

( ٢ ) في المثلث القائم : إذا كان طول الضلع القائمة يساوي نصف طول الوتر

فإن قياس الزاوية الحادة المقابلة لهذه الضلع يساوي  $30^\circ$  .

في الشكل : إذا كان  $AB = \frac{1}{2} AC$  فإن  $\widehat{C} = 30^\circ$

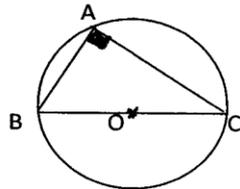


( ٣ ) في المثلث القائم : طول الخط المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر .

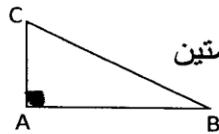
في الشكل : المثلث  $ABC$  قائم  $AN$  متوسط ينتج :  $AN = \frac{1}{2} BC$

( ٤ ) إذا كان طول الخط المتوسط المتعلق بضلع في مثلث يساوي نصف طول تلك الضلع فإن المثلث قائم الزاوية وتره تلك الضلع .

في الشكل : إذا كان :  $AN$  متوسط و  $AN = \frac{1}{2} BC$  فإن المثلث  $ABC$  قائم وتره  $BC$



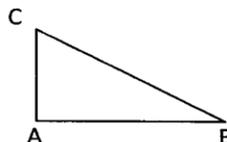
( ٥ ) تمر من رؤوس مثلث قائم دائرة وتره قطر فيها



( ٦ ) مبرهنة فيثاغورث : في المثلث القائم مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين القائمتين

في الشكل : المثلث  $ABC$  قائم في  $A$  يكون :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

( ٧ ) مبرهنة العكس لمبرهنة فيثاغورث : في المثلث  $ABC$  إذا كان :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$



المثلث  $ABC$  قائم في  $A$

معلومات أساسية في الهندسة المستوية يجب فهمها وحفظها جيداً

المضلعات : ١ - مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع ذي  $n$  ضلع يساوي :  $180^\circ (n - 2)$

٢ - مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع ذي  $n$  ضلع محدد يساوي :  $180^\circ$

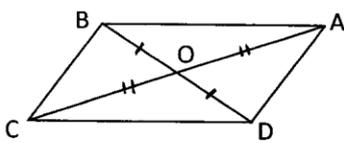
٣ - قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم ذي  $n$  ضلع يساوي :  $\frac{180^\circ (n-2)}{n}$

٤ - مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمثلث يساوي  $180^\circ$

٥ - قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين اللتين لا تجاورانها .

٦ - الزاويتان الحادتان في المثلث القائم متتامتان

متوازي الأضلاع



تعريف متوازي الأضلاع : هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلتين متوازيين .

خواصه : ( ١ ) كل ضلعين متقابلتين في متوازي الأضلاع متساويتا الطول .

( ٢ ) إذا تساوى طول كل ضلعين متقابلتين في شكل رباعي كان الرباعي متوازي الأضلاع .

القطران في متوازي الأضلاع متناصفان

( ٣ ) قطرا متوازي الأضلاع متناصفان .

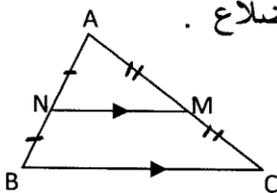
( ٤ ) إذا تناسف قطرا شكل رباعي كان متوازي الأضلاع .

( ٥ ) إذا تسايرت ضلعان متقابلتان في شكل رباعي كان هذا الرباعي متوازي الأضلاع .

( ٦ ) كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متساويتان

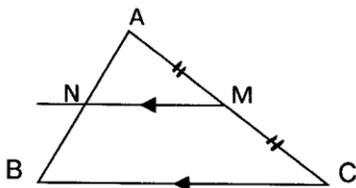
( ٧ ) كل زاويتين متتاليتين في متوازي الأضلاع متكاملتان

( ٨ ) إذا تساوت كل زاويتين متقابلتين في شكل رباعي كان متوازي الأضلاع .



تذكر : ١ - القطعة المستقيمة المحدودة بمنصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالثة وتساوي نصفها .

في الشكل :  $N, M$  منتصف  $AB, AC$  على الترتيب ينتج :  $NM \parallel BC$  و  $NM = \frac{1}{2} BC$



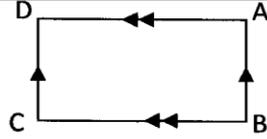
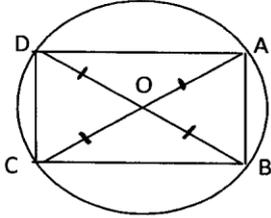
٢ - المستقيم المرسوم من منتصف إحدى أضلاع مثلث موازياً ضلعاً أخرى يمر بمنتصف الضلع الثالثة .

في الشكل :  $M$  منتصف  $AC$  ,  $MN \parallel BC$

ينتج :  $N$  منتصف  $AB$

معلومات أساسية في الهندسة المستوية يجب فهمها وحفظها جيداً

القطران في المستطيل  
متناسقان ومتساويان



المستطيل : هو متوازي الأضلاع فيه زاوية قائمة .

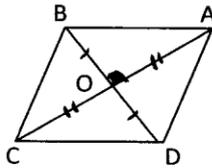
خواصه : ١ - زوايا المستطيل قائمة

٢ - القطران في المستطيل متساويا الطول

٣ - إذا تساوى طولاً قطري متوازي الأضلاع كان مستطيلاً .

٤ - تمر من رؤوس المستطيل دائرة مركزها مركز المستطيل ونصف قطرها يساوي نصف قطر المستطيل

القطران في المعين  
متناسقان ومتعامدان

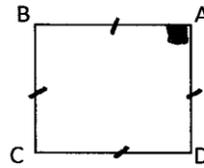


المعين : هو متوازي الأضلاع تساوى فيه طولاً ضلعين متجاورتين .

خواصه : ١ - قطرا المعين متعامدان .

٢ - إذا تعامد قطرا متوازي الأضلاع كان معيناً

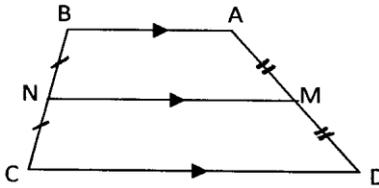
القطران في المربع  
متناسقان ومتساويان ومتعامدان



المربع : هو معين إحدى زواياه قائمة ,  
هو مستطيل تساوت أطوال أضلاعه .

شبه المنحرف : هو شكل رباعي فيه ضلعان متوازيان

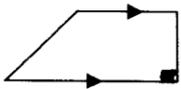
خواصه : ١ - المستقيم المرسوم من منتصف الضلع المائلة في شبه المنحرف وبيوازي قاعدتيه يمر من منتصف الضلع المائلة الأخرى .



٢ - القاعدة الوسطى في شبه المنحرف توازي القاعدتين وطولها يساوي نصف مجموع قاعدتيه

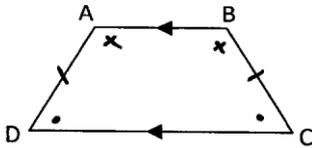
في الشكل :  $NM$  قاعدة وسطى يكون :  $NM \parallel AB \parallel CD$  وأن  $NM = \frac{1}{2} (AB + CD)$

الحالات الخاصة لشبه المنحرف :



١ - شبه المنحرف القائم : هو شبه منحرف تعامدت إحدى الضلعين المائلتين مع قاعدتيه .

٢ - شبه المنحرف المتساوي الساقين : هو شبه منحرف تساوى طولاً ضلعيه المائلتين .



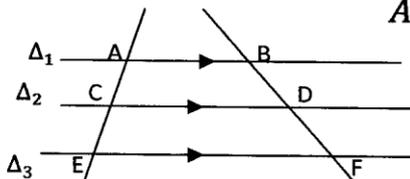
خواصه ١ - في شبه المنحرف المتساوي الساقين زاويتا القاعدة متساويتان .  
في الشكل : شبه المنحرف فيه  $AD = BC$  ينتج  $\hat{A} = \hat{B}$  ,  $\hat{D} = \hat{C}$

وبالعكس ٢ - إذا تساوت زاويتا قاعدة في شبه منحرف كان متساوي الساقين .

في الشكل : شبه المنحرف فيه  $\hat{D} = \hat{C}$  , ينتج  $AD = BC$

تذكر : إذا حددت مستقيمتان متوازيتان على قاطع لها قطعاً متساوية الطول فإنها تحدد على أي قاطع آخر لها قطعاً متساوية الطول أيضاً

في الشكل :  $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \parallel \Delta_3$  وأن  $AC = CE$  فإن  $BD = DF$



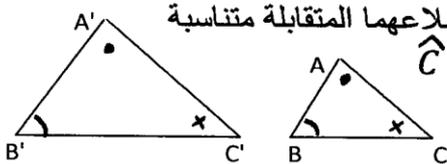
المضلعات المتشابهة : نقول عن مضلعين لهما عدد الأضلاع نفسه أنهما متشابهان إذا تحقق :

١ - قياسات زواياهما المتقابلة متساوية . ٢ - أطوال أضلاعهما المتقابلة متناسبة

وإذا تشابه مضلعان فإن قياسات زواياهما المتقابلة متساوية و أطوال أضلاعهما المتقابلة متناسبة

في الشكل : مثلثان متشابهان يكون (  $\hat{A} = \hat{A}'$  ,  $\hat{B} = \hat{B}'$  ,  $\hat{C} = \hat{C}'$  )

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \quad (2)$$



تذكر : ١ - المضلعات المتطابقة متشابهة ومعامل التشابه يساوي واحد

٢ - المضلعان المشابهان لثالث متشابهان